車流曲線模式方程式的推估

吳漢銘

一．　　研究動機及目的

二．　　資料背景

1. 車流的基本特性

2. 流量、速率與密度之相互關係

3. 巨觀車流曲線模式

三．　　統計分析方法

1. 資料處理及選取

2. 變數解釋

3. 分析過程

四．　　結論

一· 研究動機及目的

正確地計算公路容量與公路規劃設計、績效評估之成效有著莫大關係。而台灣地區車輛的駕駛習性，車流的組成、公路幾何設計及其它道路交通特性均迥異於國外情況，並不能完全套用國外的車流模式來分析。針對國人之駕駛行為與高速公路之車輛特性，交通特性，道路實質特性等。研擬一套適用於台灣地區高速公路容量計算方法。而找出車流曲線模式是所有工作的第一步。因此求得車流曲線模式的方程式，並找出描述此模式的適合度指標便是本報告的目的。

二·資料背景

1· 車流的基本特性

根據台灣地區公路容量手冊及美國公路容量手冊中對於交通車流的運作狀況，通常以流量(flow), 速度(speed)與密度(density)等三個基本衡量要素來描述，現將其定義及特性加以簡述。

1. **流量(Flow, q)**
   此值為量測車流量大小的變數，定義為在某一時段(T)內通過單一車道或車道群某一斷面的車輛數(N)，此流量可以表示為 q=N/T，單位可為年、月、日、小時或更小的時間單位。

2. **速率(Speed, u)**
   單位時間內 車輛行駛或移動的距離，其單位為公里/小時。一般所使用的速率都為平均旅行速率(average travel speed)，較能表現出整個車隊的特性。平均旅行速率可分為時間平均速率及空間平均速率。
   (1) 時間平均速率: 係指在某一瞬間內，通過某一特定點之車輛行駛速率的算數平均數。
   (2) 空間平均速率: 車輛或車隊通過某路段的距離與所需時間的比值。

一般利用雷達測速器與偵測器所量測的速率平均值，稱為現點速率，其算數平均數即為時間平均速率。現點速率之調和平均數則為空間平均速率。本研究中所指的速率則為空間平均速度。

3. **密度(Density, k)**
   定義為某段時間內在單一車道或車道群中單位長度上之車輛數，單位為(輛/公里)。

2． 流量、速率與密度之相互關係

假設流量、速率及密度爲位置 x 及時間 t 的函數: q(x,t)、u(x,t)、及 k(x,t)。考慮在很小的時間區間內△t 通過觀察者的車輛數(如圖 1)。由於在很短的時間區間內車輛移動地並不很遠，因此我們可以假設速率 u(x,t)和密度 k(x,t)是一致的。那些位於 u(x,t)△t 內的車輛將於△t 時間內通過觀察者，則通過觀察者的車輛數約爲 u(x,t)△t．k(x,t)，由流量的定義可得:

$$q(x,t) = \frac{u(x,t)\Delta t \cdot k(x,t)}{\Delta t} = u(x,t) \cdot k(x,t)$$

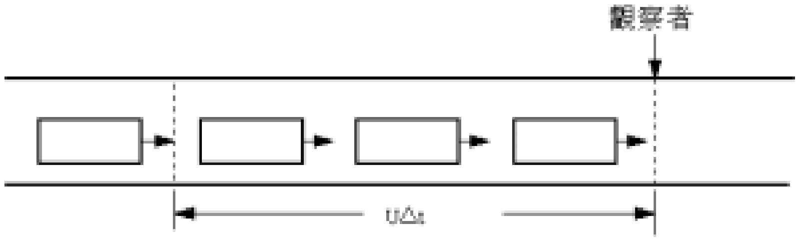

圖 1:於△t 時間內車流移動示意圖

上述討論的車流三大基本要素: 流量、速率與密度之特性可從基本車流圖形中來觀察(如圖 2)。爲簡化並表現交通車流之基本特性，故速率-密度爲一線性關係的連續圖形。在應用上我們常取二維的正投影關係，分爲速率-密度，流量-密度、速率-流量等三種關係來發展出不同模式。實際資料上，速率及流量變數較易量得，故通常以速率與流量作爲自變數，而以密度作爲應變數。至於在應用上該採用何種關係模式，則是視情況及研究目的來分析。

流量僅有一個參數爲最大流量 Qm; 速率有兩個參數，即自由車流速率 Uf 與臨界速率 U0;密度有兩個參數，一爲擁塞密度 Kj 與臨界密度 K0。

當發生擁塞密度時，車流流量和車流速率趨近於零; 而在車流處於最大流量狀態時的車流密度，即爲臨界密度。此外，當車流密度趨近於零時，車流速率接近自由車流速率，而流量則趨近於零。

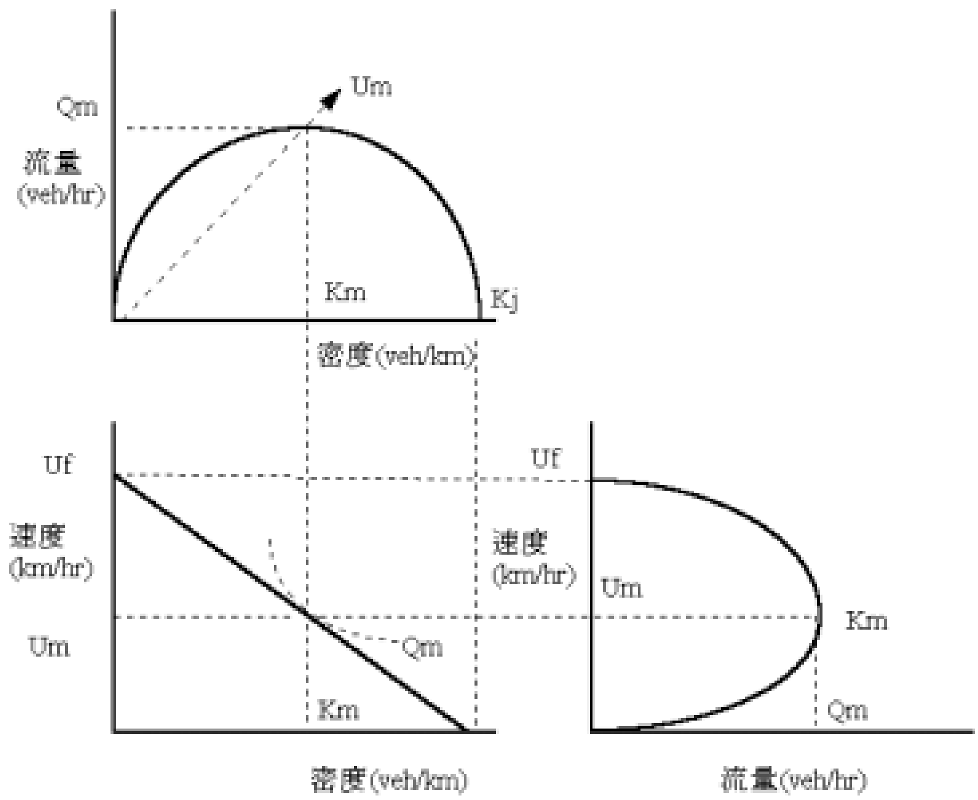

圖 2: 車流基本要素關係圖

3. 動態車流模式

一般傳統車流模式主要探討在無阻斷性車流狀態下，巨觀動態車流特性的基本關係; 其包括了車流特性、速率特性、密度特性等變數間的關係模式。這些關係所呈現的是在無阻斷性車流狀態下，自由車流與擁擠車流的情形。較早期所發展出來的動態車流模式皆爲單一連續的車流模式，涵蓋自由車流狀態與擁擠車流狀態下所有車流特性。然而，從實際車流調查的資料所繪製的交通車流圖形顯示，並非如傳統交通車流所呈現的連續圖形，而是在自由車流狀態與擁擠車流狀態之間出現間斷不連續的情形。因此後續發展出來的交通車流模式便是企圖改善早期車流模式中無法各別反映出車流在自由車流狀態與擁擠車流狀態下不同的行爲模式。於是有了二階段，三階段等多階段的交通車流模式產生，有效地改善實際車流狀況與車流模式之間的差異，使模式能夠捕捉到實際車流之情形。

三・統計分析分析方法

1. 資料處理及選取

本研究的目的在於找出車流速率-密度關係模式。於文獻中，使用多階段車流模式時，是先決定不同階段的分點，這可以最大概似法求得兩階段線性模式的分界點，然後再以迴最小平方法來找出最佳的模式方程式。

在此份報告中是以時間序列方法來求得車流速率和車流密度的模式，再觀察兩著之間的關係。

資料收集時間爲民國八十八年二月 11 日零時到 24 時，每 5 分鐘紀錄一次北二高北上 37 公里到 96 公里，第一車道至第四車道，連結車、大客車及小客車的速度、流量和間距。由間距可求得車流密度。

2. 變數解釋

整個路段其相對應於四個車道的資料如下:
N37~N96 共 19 個路段(data)。每一組 data 包含車流的速率(U)、密度(K)及觀察時間(T)三個變數 286 個觀察值。先求得這 19 個 data 的平均速率(mean.speed)及平均密度(mean.density)。

3. 分析過程

圖 3.0 爲平均密度和平均速度的散佈圖。我們的目的就是找出這個變數的關係。圖 3 爲平均速率及平均密度的時間序列圖，speed 顏色淺深代表 density 數值的大小。反之，density 顏色淺深代表 speed 數值的大小。

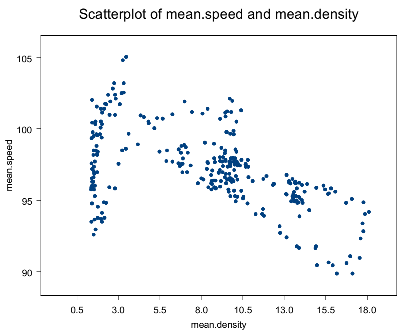

圖 3.0

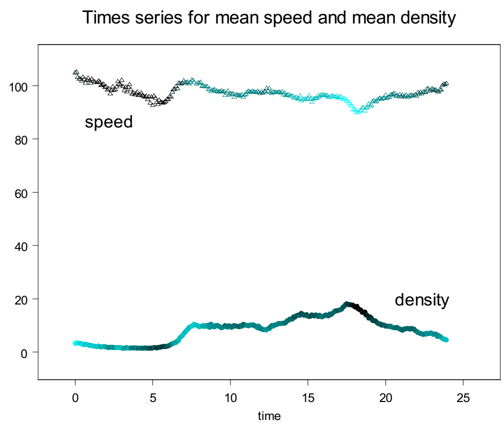

圖 3

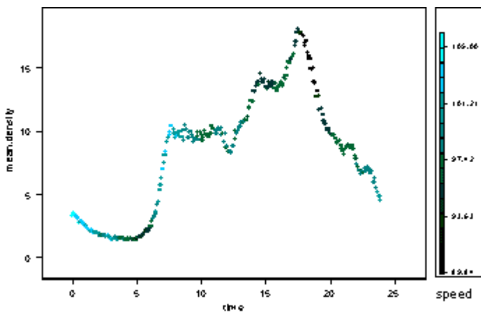

圖 4: Time series for mean density

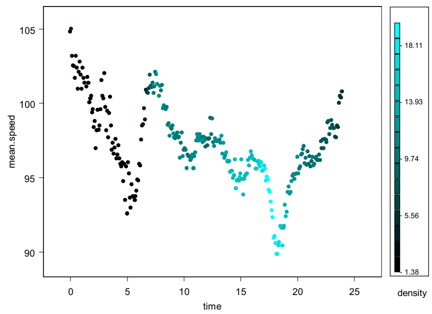

圖 5: Time series for mean speed

圖 4 及圖 5 為平均密度和平均速度的時間序列圖，由圖 4 中可觀察到某些時段平均密度會增加，例如從淩晨 5 時開始，中午 12 時，下午 16 時會有增加的趨勢。平均速度由淩晨 0 時開始下降，在時間淩晨 5 時，下午 18 時速度最低。

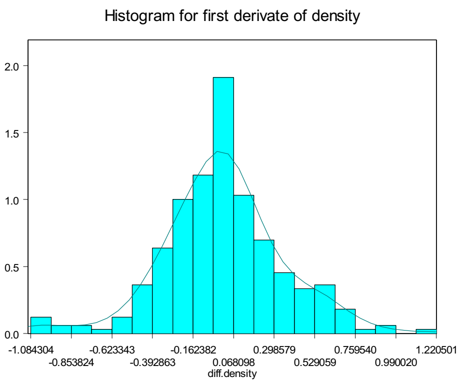

圖 6

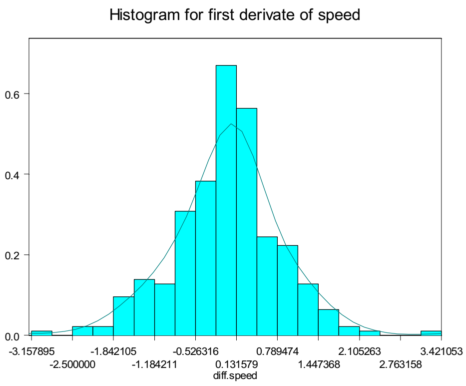

圖 7

圖 6 及圖 7 是平均密度及平均速度對時間的變化率(即一次微分)長條圖，兩個分配看起來似乎很像 Normal 分配，吾人利用 Kolmogorov-Smirnov Test 來個別檢定這兩個是否來自常態分配。表 1 及表 2 是檢定的結果，由 p-值為 0 及 0.0032，我們可以接受平均密度及平均速度對時間的變化率是常態分配。

表 1

```
     One-sample Kolmogorov-Smirnov Test
     Hypothesized distribution = normal

data:  diff in DS1
ks = 0.2645, p-value = 0
alternative hypothesis:
  True cdf is not the normal distn. with the specified parameters
```

表 2

```
    One-sample Kolmogorov-Smirnov Test
    Hypothesized distribution = normal

data:  diff.speed in DS1
ks = 0.1061, p-value = 0.0032
alternative hypothesis:
  True cdf is not the normal distn. with the specified parameters
```

將平均密度及平均速度對時間的變化率分別表示爲

$$U_t' = U_t - U_{t-1} = a_t$$
$$K_t' = K_t - K_{t-1} = b_t$$

由 One-sample 的 Kolmogorov-Smirnov Test 知 a_t 和 b_t 爲常態分配，現在檢定兩個常態分配是否具有相同的 mean，由 Two-sample 的 t-Test 得其 p-値爲 0.7311，並不拒絕虛無假設，即兩個常態分配具有相同的 mean，估計的 mean 近似 0。再由無母數方法 Wilcoxon rank-sum test 也是具有相同的結果。

表 3

```
    Standard Two-Sample t-Test

data:  x: diff.density in DS1 , and y: diff.speed in DS1
t = 0.3438, df = 570, p-value = 0.7311
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.08680634  0.12364799
sample estimates:
   mean of x   mean of y
    0. 004434809 -0.01398601

   Wilcoxon rank-sum test

data:  x: diff.density in DS1 , and y: diff.speed in DS1
rank-sum normal statistic with correction Z = -0.2355, p-value = 0.8138
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

現在想得知 a_t 和 b_t 是否爲同一分配，利用 Two-Sample 的 Kolmogorov-Smirnov Test，p-値近似於 0，因此 a_t 和 b_t 並非同一分配。

表 4

```
    Two-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

data:  x: diff.density in DS1 , and y: diff.speed in DS1
ks = 0.2063, p-value = 0
alternative hypothesis:
  cdf of x: diff.density in DS1 does not equal the
  cdf of y: diff.speed in DS1 for at least one sample point.
```

再由表 5 得知 a_t 和 b_t 的相關係數爲-0.28，因 a_t 和 b_t 是常態分配，相關係數近於 0，至此，我們可以假設 a_t 和 b_t 爲獨立的常態隨機變數具有相同的 mean 不同的變異數。

表 5

```
    ***  Summary Statistics for data in:  Data ***

        mean.density mean.speed   diff.density    diff.speed
    Min:    1.378254  89.842105 -1.084304e+000   -3.15789474
 1st Qu.:    3.255249  95.631579 -1.765541e-001   -0.47368421
   Mean:    8.350294  97.132315  4.434809e-003   -0.01398601
  Median:    9.306944  96.921053 -5.677474e-005    0.05263158
 3rd Qu.:   10.861214  98.513158  1.818445e-001    0.42105263
    Max:   18.108508 105.000000  1.220501e+000    3.42105263
 Total N:  286.000000 286.000000  2.860000e+002  286.00000000
   NA's :    0.000000   0.000000  0.000000e+000    0.00000000
Variance:   22.170027   7.374578  1.161332e-001    0.70474612

    ***  Correlations for data in:  DS2 ***

             diff.density diff.speed
diff.density    1.0000000 -0.2834931
  diff.speed   -0.2834931  1.0000000
```

因此我們目前得到如下結果:

$$U_t = U_{t-1} + a_t, \quad a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$$

$$K_t = K_{t-1} + b_t, \quad b_t \sim N(0, \sigma_b^2)$$

$$\text{where } \sigma_a^2 \neq \sigma_b^2$$

很明顯地，上式爲一 AR(1) model。爲了証明此一結果，我們對平均密度及平均速度去找一合適的時間序列 model。

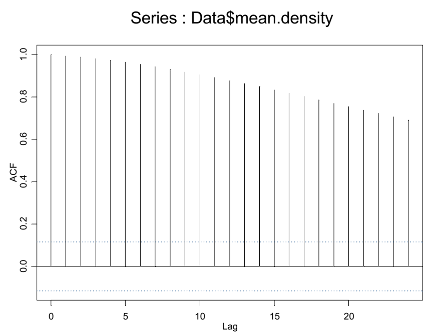

圖 8: ACF for mean.density

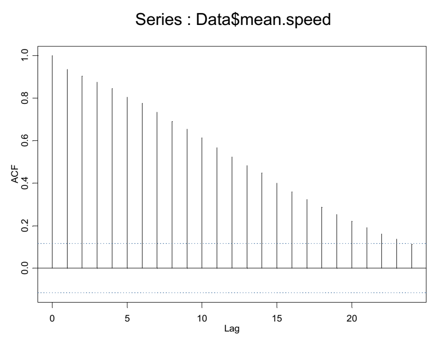

圖 9: ACF for mean.speed

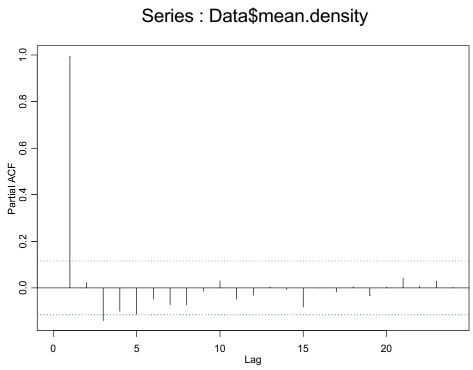

圖 10: PACF for mean.density

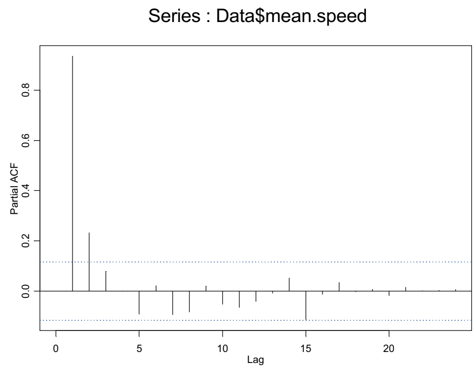

圖 11:PACF for mean.speed

圖 8 至圖 11 爲平均密度及平均速度的 ACF 及 PACF 圖。資料之 ACF 呈下降爲 AR 之型態及 PACF 圖形僅第一個時差爲較大，其餘均不超過 2 倍標準差，因此。此數列可以暫定模式爲 AR(1).

表 6 的 AR(1) model 對資料的配適性也可接受。

表 6

```
    ***  ARIMA Model Fitted to Series Data$mean.density ***

Call: arima.mle(x = Data$mean.density, model = model, xreg = xreg, max.iter =
    nlmin.max.iter, max.fcal = nlmin.max.fcal)
Method:  Maximum Likelihood
Model :  1 0 0
Period:  1
Coefficients:
    AR : 1

Variance-Covariance Matrix:
           ar(1)
ar(1) 1.579445e-009

Optimizer has  converged
Convergence Type: relative function convergence
AIC: 197.23341

    ***  ARIMA Model Fitted to Series Data$mean.speed ***

Call: arima.mle(x = Data$mean.speed, model = model, xreg = xreg, max.iter =
    nlmin.max.iter, max.fcal = nlmin.max.fcal)
Method:  Maximum Likelihood
Model :  1 0 0
Period:  1
Coefficients:
    AR : 1

Variance-Covariance Matrix:
          ar(1)
ar(1) 1.57947e-009

Optimizer has  converged
Convergence Type: relative function convergence
AIC: 711.14748
```

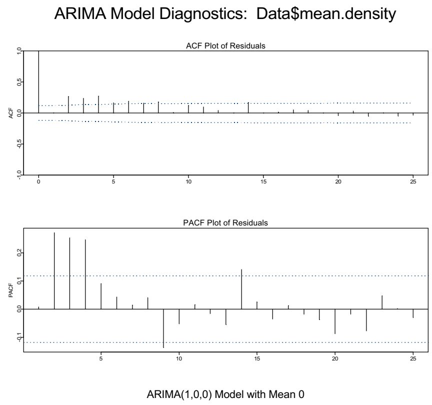

圖 12

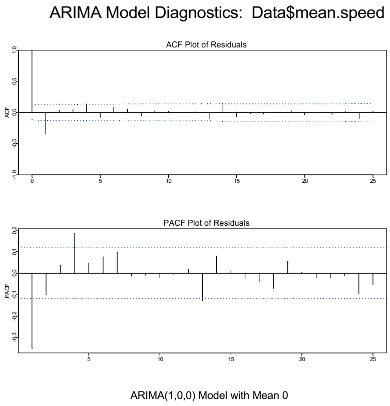

圖 13

圖 12 及圖 13 爲殘差之自我相關係數，其值均沒有超過 2 倍標準差，故吾人判斷可接受該模式。

$$U_t = U_{t-1} + a_t,\ \ a_t \sim N(0,\sigma_a^2)$$
$$K_t = K_{t-1} + b_t,\ \ b_t \sim N(0,\sigma_b^2)$$
$$\text{where } \sigma_a^2 \neq \sigma_b^2$$

上述的 model 可稱濕隨機漫步模式(Random Walk Model), 表示 $Z_t - Z_{t-1} = a_t$ 其中 a_t 爲隨機干擾，即隨機漫步表示爲隨機過程其連續增量 $W_t = Z_t - Z_{t-1}$ 爲具有相互獨立且相同機率分配之隨機變數，其分配爲 $N(0,\sigma_a^2)$ 。一般稱隨機漫步模步爲 AR(1)模式之特例，其干擾 a_t 之效應爲永久持續者。

圖 14 和圖 15 把兩個干擾項畫出，是一二維的 bivariate normal 圖。

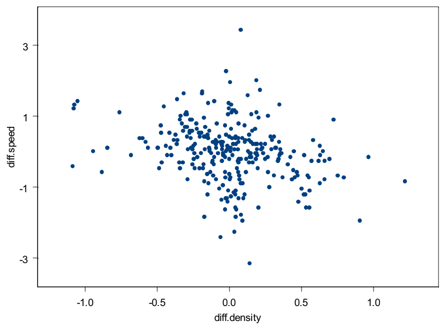

圖 14

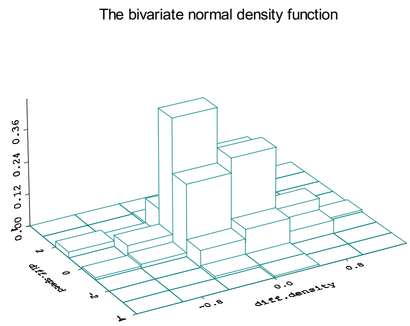

圖 15

圖 15 秀出 U_t vs U_{t-1} 和 K_t vs K_{t-1} 的 scatterplot，很明顯地爲線性關係。

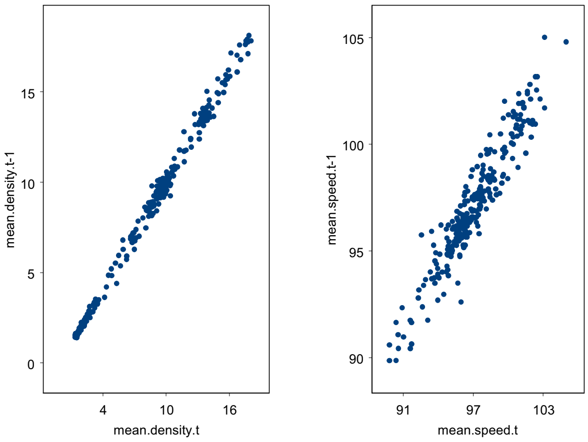

圖 15

現在要把平均密度和平均速度 combine 起來，利用定理:

$$X \sim N(0,1) \text{ is independent of } Y \sim N(0,1)$$
$$\text{then } \frac{X}{Y} \sim Cauchy(0,1)$$

我們得到如下結果:

$$C_t = \frac{a'_t}{b'_t} = \frac{U'_t - U'_{t-1}}{K'_t - K'_{t-1}} \sim Cauchy(0,1)$$

where ' means normalized.

利用 one-sample Kolmogorov-Smirnov test 來檢定 Ct 是否為 Cauahy 分配，由結果及圖 16,17，Ct 是為對稱分配，但檢定含果卻不是 Cauahy 分配。

```
     One-sample Kolmogorov-Smirnov Test
     Hypothesized distribution = Ct

data:  divide in DS6
ks = 0.1216, p-value = 0.0004
alternative hypothesis:
  True cdf is not the cauchy distn. with the specified parameters


     Chi-square Goodness of Fit Test

data:  divide in DS6
Chi-square = 45.7368, df = 19, p-value = 0.0005
alternative hypothesis:
  True cdf does not equal the cauchy Distn. for at least one sample point.
```

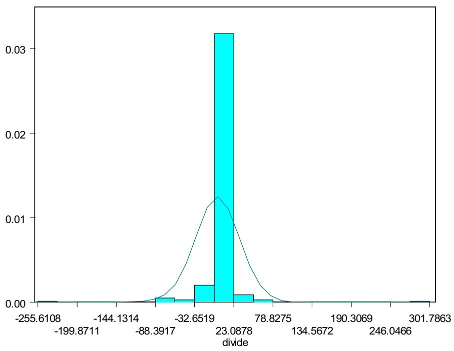

圖 16: Histogram for Ct

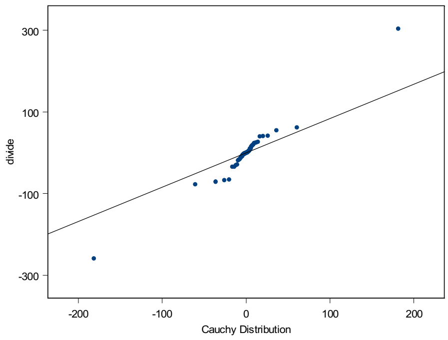

圖 17: QQplot for Ct

四・結論

爲了解車流密度和車流速率兩者之間的關係，一般皆是利用迴歸分析以及最小平方法來求得密度及速率之間的線性或非線性方程式，多階段的車流模式則是找出切點後來做迴歸，求得兩者之間的關係。而本報告以時間序列模式來描述車流密度及車流速率的狀況，得到的結果是車流密度及車流速率皆可利用 AR(1)的 model 來描述，兩者之間的關係可用 Cauahy 分配來說明，因此本報告提出較以往不同於迴歸分析方法的觀點來看車流曲線模式中車流密度和車流速率兩者之間的關係。